

Análise Envoltória de Dados associada à teoria de Sharpe para otimização de portfólios de ações

Paulo Rotela Junior (UNIFEI/ FEPI) paulo.rotela@gmail.com
Sebastião Antonio Dias Serpa (FEPI) serpa.s@hotmail.com
Pedro Evandro Gonçalves (FEPI) infopedro05@yahoo.com.br

Resumo:

O presente trabalho tem como objetivo aplicar Análise Envoltória de Dados – DEA junto ao modelo de Sharpe, para otimizar o portfólio de ações da bolsa de valores de São Paulo, então será realizada uma análise incluindo novos indicadores, comparando-os ao uso de outros indicadores identificados na literatura. O método de pesquisa utilizado foi a modelagem matemática, as possíveis variáveis a serem testadas foram selecionadas com base na revisão da literatura. Foram utilizados os softwares MaxDea e MS Excel com sua ferramenta solver, e os dados foram obtidos por meio de consultas ao banco de dados Economática. Como conclusão foi observado que a melhor carteira composta foi a que utilizou volatilidade como variável de entrada para os três períodos de tempo analisado e por sua vez a que obteve a melhor relação risco/retorno.

Palavras chave: Abordagem de Sharpe; Seleção de portfólios; Análise Envoltória de Dados; Ativos.

Data Envelopment Analysis associated to Sharpe approach for optimizing stock portfolios

Abstract

This study aims to apply data envelopment analysis - DEA associated to the Sharpe approach to optimize the stock portfolio of the São Paulo Stock Exchange, then, an analysis including new indicators will be compared to the use of other indicators identified in the literature. The research method used was mathematical modeling; the possible variables to be tested were selected based on literature review. The MaxDea and MS Excel software with your tool solver were used, and data were obtained by querying the Economática database. As a conclusion it was observed that the best portfolio composed was the one that used volatility as an input variable for the three time periods analyzed and in turn achieving the best return / risk ratio.

Key-words: Sharpe Approach; Portfolio Selection; Data Envelopment Analysis; Assets.

1. Introdução

Visto que os fundos de renda fixa bem como a poupança geram baixíssimos rendimentos, o investimento em ações é uma excelente alternativa para investidores que almejam potencializar seus ganhos em longo prazo. Apesar de o Brasil nas duas últimas décadas apresentar taxas de juros extremamente altas, ativos de diversas empresas obtiveram rendimento superior aos demais investimentos de renda fixa, porém fazer aplicações neste segmento financeiro é bastante arriscado devido à incerteza presente nele, este fato desperta o interesse dos pesquisadores da área. Outro fato importante a ser considerado é o aumento significativo dos valores negociados em ações no mercado de valores mobiliários. Segundo

dados da BM&Fbovespa (2014), o crescimento médio foi 16,30% ao ano entre 1994 a 2011, passando de praticamente 4.300 para 57.000 pontos no Índice Bovespa anual.

Desde o descobrimento da teoria das carteiras por Markowitz (1952) vários outros modelos matemáticos foram criados com o objetivo de montar uma carteira de ações eficiente como o modelo de Precificação de Ativos (CAPM), Sharpe (1963) e de Elton e Gruber (1995). Paralelo a isso houve o avanço da pesquisa operacional com a evolução computacional. Com relação a isso, a Análise Envoltória de Dados (DEA), que é uma técnica de pesquisa operacional, vem sendo pesquisada e obtendo resultados positivos nesta área de pesquisa.

O objetivo deste trabalho é aplicar Análise Envoltória de Dados (DEA) em conjunto com modelo de Sharpe para otimizar um portfólio de ações da bolsa de valores de São Paulo, então será realizada uma análise incluindo novos indicadores, comparando-os ao uso de outros indicadores identificados na literatura. Este trabalho é de natureza aplicada, o objetivo da pesquisa é axiomática normativa, utilizando a modelagem matemática como método de pesquisa. As possíveis variáveis a serem testadas serão selecionadas com base na revisão da literatura, serão utilizados os softwares MaxDEA e MS Excel com sua ferramenta Solver, os dados serão obtidos por meio do banco de dados do software Economática.

2. Referencial teórico

2.1. Mercado de ações

Segundo Assaf Neto (2010) ações são valores de uma determinada parcela do capital de uma sociedade anônima. Estas são negociadas em bolsa de valores que tem por finalidade proporcionar liquidez aos títulos no menor tempo possível.

O mercado de ações está dividido em dois: primário e secundário. Mercado primário, quando novas ações são lançadas no mercado, ações que estão sendo negociadas pela primeira vez, é válido dizer que esse processo deve ser estrategicamente avaliado, pois um número excessivo de ativos de uma empresa pode refletir na queda de seu valor. Já o mercado secundário, quando as ações já estão sendo negociadas no mercado através de pregões de bolsas de valores. Estes ativos do mercado secundário são de suma importância, pois são eles que ditam o valor de mercado refletindo assim no valor da empresa (GITMAN, 2006).

Para Assaf Neto (2010) existem dois tipos básicos de ações que são: ordinárias (ON) e preferenciais (PN). As ações ordinárias oferecem aos acionistas o direito de voto em assembleias para escolha de novos diretores para a empresa e participação nos lucros da companhia através de dividendos. As ações preferenciais por sua vez não oferecem direito ao voto, mas em contrapartida, oferece prioridade no recebimento de dividendos, muitas vezes com percentual maior que as ações ordinárias, e em caso da falência da empresa estes serão os primeiros a receber reembolso.

2.2. Riscos no investimento em ações

Assim como as tecnologias vêm em constante evolução desde a revolução industrial, os estudos da administração financeira também estão melhorando e se aperfeiçoando desde os últimos tempos. A exemplo disso Markowitz (1952) em sua tese de doutorado desenvolveu um trabalho sobre a composição de um portfólio eficiente analisando risco e retorno.

Segundo Assaf Neto (2010) as decisões financeiras são tomadas em um cenário de tamanha incerteza com relação aos seus resultados, o mesmo ocorre no mercado de ações onde o risco de um investimento não ser rentável e não trazer um retorno almejado esta ligado com o fator de incerteza.

Risco é não conhecer a consequência das saídas, ou seja, risco é a possibilidade de perda, de

fracasso. O risco pode ser definido de maneira diferente dependendo do contexto onde esta sendo aplicado (ASSAF NETO, 2010).

Para Gitman (2006) o risco dos ativos consiste em dois componentes que são: Risco sistemático e risco não sistemático. O risco sistemático é próprio dos ativos comercializados no mercado e tem grande influência por episódios de natureza política, econômica e social. O comportamento de cada ativo é distinto perante o seu estado conjuntural estabelecido. Não há como evitar totalmente o risco sistemático e a diversificação da carteira de ativos como medida preventiva para redução desse risco, que atua somente sobre o risco diversificável (não sistemático). Já o risco não sistemático é definido por ser identificado nas características do próprio ativo, não se alastrando aos demais ativos da carteira. É um risco intrínseco, próprio de cada investimento realizado, e sua eliminação de uma carteira é possível pela inclusão de ativo que não tenham correlação positiva entre si (ASSAF NETO, 2010).

2.3. Diversificação do risco

Por meio da teoria da diversificação, pesquisada por Markowitz em seus trabalhos, é possível dizer que ativos com riscos também podem compor uma carteira desde que seja um risco menor que o projetado para cada integrante do portfólio. Para Assaf Neto (2010) isso acontece desde que os retornos não possuam correlação perfeita e positiva e assim haverá redução do risco pela diversificação.

A teoria dos portfólios permite uma significativa redução ou até mesmo a exclusão do risco diversificável, quando esta teoria for aplicada com o objetivo de redução do risco devem ser analisadas as correlações com o objetivo de montar uma carteira de ativos o mais eficiente possível. A diversificação sobre o risco de uma carteira é muito importante, na maioria dos mercados financeiros. No mercado acionário a diversificação tem o poder de baixar mais de 50% o risco de uma carteira (ASSAF NETO, 2010).

Segundo Casarotto Filho e Kopittke (2010) o modelo de Markowitz (1952) é embasado somente na variabilidade e no rendimento de ações, tais resultados são provenientes da análise de um determinado período em uma série histórica. É obvio que a previsibilidade para ativos com baixa variabilidade em seu histórico é maior que os ativos com alta variabilidade.

Rotela Junior, Pamplona e Salomon (2014) acreditam que as técnicas de composição de carteiras de ações vêm evoluindo e sendo amplamente estudadas tanto no meio acadêmico quanto no próprio mercado financeiro. A exemplo disso é sabido que vários outros trabalhos foram desenvolvidos com base na teoria de Markowitz.

2.4. Pesquisa Operacional (PO) e Analise Envoltória de Dados (DEA)

Para Silva et al. (1995), a pesquisa operacional é um método científico de tomada de decisões que através de um modelo matemático é possível descobrir a melhor maneira de operar um sistema.

Para Bronson (1985), a pesquisa operacional é tanto uma arte como uma ciência. A arte está na capacidade de apresentar através de modelos matemáticos um método eficiente. A ciência esta ligada a apresentação de métodos computacionais para solucionar os modelos formulados.

Todos os recursos de uma empresa são finitos e bastante limitados, então surge à necessidade de utilizar os recursos da melhor maneira possível, para que uma empresa possa crescer no mercado e ser competitiva, todavia é observado que a pesquisa operacional não está limitada somente ao ambiente industrial, em todos os casos que se tenham variáveis de entrada um sistema e variáveis de saída é possível desenvolver uma modelagem com o objetivo de minimizar ou maximizar determinados elementos componentes do sistema. (SILVA et al.

1995)

Para Andrade (2009) uma aplicação de pesquisa operacional geralmente envolve seis fases que são elas: Formulação do problema, construção do modelo do sistema, cálculo da solução através do modelo, teste do modelo e da solução, implementação do modelo e estabelecimento de controle da situação.

Segundo Ceretta e Costa Junior (2001) o resultado da aplicação de DEA mostra a classificação dos objetos avaliados, que no caso do presente trabalho são ações da bolsa de valores de São Paulo, e as classifica em eficientes e ineficientes. Para Markowitz (1952) um portfólio de carteiras eficientes é um portfólio que traz o máximo de retorno esperado para um índice aceitável de risco ou vice-versa.

A DEA vem se mostrando uma poderosa ferramenta para avaliação de eficiência, pois os métodos econométricos oferecem somente a possibilidade de analisar dados que possuem não mais que um produto, já que as fronteiras estocásticas são por sua vez de difícil aplicação (LOPES, CARNEIRO E SCHNEIDER, 2010).

Segundo Lopes, Carneiro e Schneider (2010), a DEA é uma técnica de pesquisa operacional proposta por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) e se propõe a medir o desempenho de determinada aplicação, seu principal objetivo é definir a curva de eficiência levando em consideração a relação ótima dos dados de entrada/ dados de saída. Existem dois modelos básicos de DEA que são o CCR e o BCC. No modelo CCR proposto por Charnes, Cooper e Rhodes (1978) avalia a eficiência total e obtém retorno constante em escala a partir da fronteira de eficiência. Já no modelo BCC proposto por Banker, Charnes e Cooper (1984) o retorno é variável em escala e em sua formulação foi incluído duas novas variáveis para dar este efeito de mudança de característica. No presente trabalho será usado o modelo BCC, já que o problema pode ser considerado com retorno variável de escala, cuja formulação é apresentada por (1)-(5):

$$w_o = \max \sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{r0} + c_o \quad (1)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1 \quad (2)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} - \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + c_o \leq 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s. \quad (4)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

Sendo que j representa o índice da DMU, $j=1, \dots, n$; r representa o índice de saída, com $r = 1, \dots, s$; i se refere ao índice da entrada, $i = 1, \dots, m$; y_{rj} é o valor da r-ésima saída para a j-ésima DMU, x_{ij} é o valor da i-ésima entrada para a j-ésima DMU, u_r representa o peso associado a r-ésima saída; v_i representa o peso associado a i-ésima entrada, c_o variável irrestrita, w_o é a eficiência relativa de DMU_o, que é a DMU sob avaliação; e y_{r0} e x_{i0} são os coeficientes tecnológicos das matrizes de dados de saídas e entradas, respectivamente (ROTELA JUNIOR, PAMPLONA e SALOMON, 2014).

2.5. Teoria das Carteiras

O embasamento da seleção das carteiras começou com Markowitz (1952) na sua tese de doutorado, onde a seleção de portfólios usa um modelo quadrático e almeja-se que um investidor ao compor uma carteira maximize a sua utilidade.

Introduzido por Markowitz (1952) a sua teoria quantitativa é conhecida como modelo média/variância. Por considerar que o risco seja o desvio padrão dos rendimentos e o retorno esperado dos ativos é a média dos próprios rendimentos. Propondo minimizar a consequência entre risco e retorno, ressaltando a relevância da diversificação dos ativos.

Sharpe (1963) posteriormente estendeu o trabalho de Markowitz, na teoria de equilíbrio e retorno, conhecida como Modelo de Precificação de Ativos de Capital (CAPM), apresentando um modelo simplificado das relações entre ativos, oferecendo evidências sobre custos, bem como a conveniência de usar o modelo para aplicações práticas, conforme (6)-(10) (SHARPE, 1963):

$$\max Z = E - V \quad (6)$$

Sujeito a: $X_i \geq 0$ para todo i de 1 a N .

$$\sum_{i=1}^N X_i B_i = X_{n+i} \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^N X_i = 1 \quad (8)$$

No qual:

$$E = \sum_{i=1}^{N+1} X_i A_i \quad (9)$$

$$V = \sum_{i=1}^{N+1} X_i^2 Q_i \quad (10)$$

Esta formulação indica a razão para o uso dos parâmetros A_{n+1} e Q_{n+1} para descrever a variância e valor esperado do futuro valor de I . O fato também indica a razão para chamar isto de modelo diagonal. A matriz de variância e covariância, que é completa quando N ativos são considerados, pode ser expressa como uma matriz com valores diferentes de zero apenas ao longo da diagonal, incluindo uma $(n+1)$ -ésimo ativo, definido como indicado (SHARPE, 1963). Isto reduz drasticamente o número de cálculos necessários para resolver o problema de análise de portfólio, e permite que o problema seja reconhecido diretamente em termos dos parâmetros básicos do modelo diagonal. As equações (9) e (10) representam o retorno esperado e a variância do portfólio, respectivamente.

Para Lopes, Carneiro e Schneider (2010) a teoria de Markowitz (1952) e Sharpe (1963) persiste em contribuir para o desenvolvimento de pesquisas relacionadas à gestão das carteiras de portfólios, mesmo decorridos mais de 30 anos.

3. Método de pesquisa

Segundo Bertrand e Fransoo (2002) as pesquisas quantitativas são classificadas tendo como base quatro tipos de modelos: empírica descritiva, empírica normativa, axiomática descritiva e axiomática normativa. Pelo seu desenvolvimento esta pesquisa é de natureza aplicada, classificada como axiomática normativa, no qual os pesquisadores buscam aplicar modelos e ações para melhorar e comparar resultados estudados na literatura, propondo uma nova solução. Ainda para Bertrand e Fransoo (2002) os pesquisadores não conduzem o experimento e adentram diretamente para a solução da modelagem matemática como método de pesquisa.

Nesta pesquisa foram montadas três carteiras, que foram comparadas entre si, utilizando para seleção das ações eficientes um modelo de Análise Envoltória de Dados (Data Envelopment Analysis – DEA), por meio do software MaxDEA. Aplicando o modelo BCC, proposto por Banker, Charnes e Cooper (1984). E posteriormente para escolha do portfólio de ações para investimento, utilizou-se o conceito sugerido por Markowitz. Ambos os modelos comentados na seção anterior.

Os dados utilizados são compostos por ações negociadas na Bolsa de Valores de São Paulo – BOVESPA. Foram selecionadas as empresas de capital aberto, com ativos do tipo ON e PN. Foram consideradas apenas as empresas com participação no índice IBOVESPA.

A amostra inicial ocorreu no período dos últimos três anos, de setembro de 2012 a agosto 2014. Foi formada por um grupo de 58 empresas, pesquisadas por consultas através do banco de dados Econômica. A Figura 1 ilustra os passos que serão adotados no desenvolvimento da pesquisa.

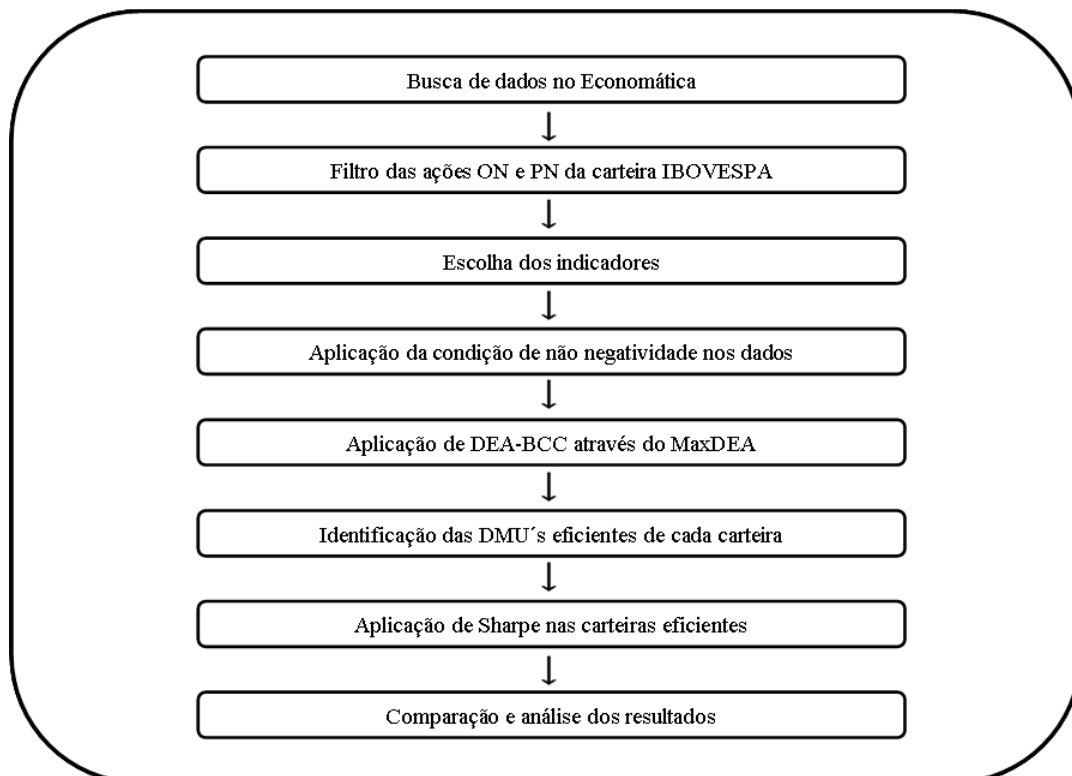


Figura 1 – Fluxograma da pesquisa

Concluído o levantamento e definição das amostras, utilizaram-se então os indicadores propostos por Powers e McMullhen (2000), Lopes, Carneiro e Schneider (2010), Rotela Junior, Pamplona e Salomon (2014), para formação das carteiras pelos seguintes indicadores

de entrada (inputs), Beta (60 meses), preço por lucro (P/L) e volatilidade de 36 meses. Indicadores de saída (outputs), retorno 1, 2 e 3 anos e lucro por ação.

Na primeira carteira (Carteira 1) tomada como referência os autores Lopes, Carneiro e Schneider (2010), utilizou-se o indicador de retorno acumulado de 12, 24 e 36 meses. Para segunda carteira (Carteira 2) utilizou-se os autores Rotela Junior, Pamplona e Salomon (2014), no qual foi proposta a utilização dos indicadores de entrada: volatilidade ano 1, 2 e 3, e preço sobre lucro; e para indicadores de saída: retorno ano 1, 2 e 3, e lucro por ação. Para a terceira carteira (Carteira 3), proposta por esta pesquisa utilizou-se o indicador de retorno acumulado de 36 meses. Devido à complexidade da formação da carteira, acredita-se que desta forma possíveis variações ocorridas nos dados no período da coleta, sejam absorvidas.

São apresentados no Quadro 1 os indicadores de entrada e saída utilizados em cada uma das carteiras.

| CARTEIRA 1 | CARTEIRA 2 | CARTEIRA 3 |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| Entradas | Entradas | Entradas |
| Volatilidade – V | Volatilidade Ano 1 - VA1 | Volatilidade – V |
| Beta – B | Volatilidade Ano 2 - VA2 | Beta – B |
| Preço/Lucro - P/L | Volatilidade Ano 3 - VA3 | Preço/Lucro - P/L |
| - | Preço/Lucro-P/L | - |
| Saídas | Saídas | Saídas |
| Retorno (36 meses) - R36 | Retorno Ano1 - RA1 | Retorno (36 meses) - R36 |
| Retorno (24 meses) - R24 | Retorno Ano2 - RA2 | Lucro / ação - LPA |
| Retorno (12 meses) - R12 | Retorno Ano3 - RA3 | - |
| Lucro / ação - LPA | Lucro / ação - LPA | - |

Quadro 1. Indicadores de entrada e saída das três carteiras

| CARTEIRA 1 | R36 | R24 | R12 | | LPA | V | | | | P/L | B | |
|------------|------|------|-------|------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| CARTEIRA 2 | | | RA3 | RA1 | RA2 | LPA | | VA1 | VA2 | VA3 | P/L | B |
| CARTEIRA 3 | R36 | | | | | LPA | V | | | | P/L | B |
| DMU's | S | S | S | S | S | S | E | E | E | E | E | E |
| ITUB4 | 6,71 | 7,84 | 10,19 | 4,41 | 7,49 | 1,69 | 6,64 | 7,40 | 6,52 | 6,07 | 37,91 | 1,95 |
| PETR4 | 5,99 | 6,82 | 9,62 | 4,36 | 6,02 | 1,42 | 8,61 | 7,48 | 8,09 | 10,18 | 37,57 | 2,10 |
| BBDC4 | 6,55 | 7,33 | 9,84 | 5,04 | 6,81 | 1,73 | 5,73 | 5,10 | 4,72 | 7,32 | 37,86 | 1,85 |
| ABEV3 | 7,05 | 7,37 | 7,08 | 6,53 | 9,66 | 1,16 | 5,46 | 7,33 | 5,55 | 3,65 | 50,89 | 1,18 |
| PETR3 | 5,51 | 6,38 | 9,25 | 3,81 | 5,50 | 1,42 | 9,99 | 8,16 | 9,95 | 11,71 | 37,43 | 2,15 |
| VALE3 | 4,79 | 6,34 | 6,77 | 1,59 | 7,92 | 1,48 | 6,35 | 5,49 | 7,40 | 6,09 | 99,81 | 1,81 |
| BRFS3 | 7,01 | 8,73 | 7,74 | 3,45 | 11,72 | 1,27 | 5,87 | 6,02 | 5,48 | 6,11 | 67,06 | 1,45 |
| ITSA4 | 6,48 | 7,60 | 9,74 | 4,23 | 7,46 | 1,23 | 6,19 | 7,11 | 5,94 | 5,60 | 36,55 | 1,90 |
| CIEL3 | 8,71 | 8,93 | 11,02 | 8,41 | 8,83 | 1,41 | 5,89 | 5,79 | 6,91 | 4,95 | 45,25 | 1,33 |
| BBAS3 | 6,52 | 8,11 | 10,04 | 3,24 | 8,17 | 1,98 | 8,27 | 5,81 | 9,24 | 9,55 | 33,25 | 2,22 |
| BVMF3 | 6,73 | 7,34 | 8,39 | 5,58 | 8,28 | 1,14 | 6,97 | 7,74 | 6,95 | 6,27 | 48,31 | 2,07 |
| UGPA3 | 7,19 | 7,37 | 7,95 | 6,99 | 8,79 | 1,51 | 4,87 | 5,02 | 5,65 | 4,07 | 51,92 | 1,37 |
| PCAR4 | 7,19 | 7,31 | 8,32 | 7,11 | 8,31 | 2,03 | 6,38 | 8,65 | 5,35 | 5,33 | 52,50 | 1,62 |
| BBDC3 | 7,15 | 8,24 | 8,83 | 4,96 | 9,65 | 1,73 | 5,99 | 4,73 | 5,95 | 7,18 | 37,49 | 1,81 |
| EMBR3 | 7,21 | 8,32 | 8,45 | 4,96 | 10,19 | 1,22 | 7,53 | 8,03 | 7,43 | 7,19 | 74,06 | 1,31 |
| CCRO3 | 6,52 | 6,46 | 7,98 | 6,83 | 6,95 | 1,18 | 4,41 | 4,14 | 3,72 | 5,35 | 53,05 | 1,26 |
| CMIG4 | 7,44 | 7,18 | 11,16 | 8,19 | 5,20 | 1,73 | 8,27 | 6,28 | 12,05 | 6,33 | 33,99 | 1,21 |
| JBSS3 | 8,56 | 8,62 | 9,36 | 8,60 | 9,88 | 1,06 | 12,00 | 14,72 | 13,63 | 7,89 | 14,21 | 2,36 |

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|------|-------|------|-------|-------|-------|-------|-------|------|
| GGBR4 | 5,33 | 4,94 | 4,75 | 6,34 | 7,14 | 1,22 | 8,45 | 9,16 | 7,32 | 8,94 | 44,17 | 2,15 |
| VIVT4 | 5,33 | 6,59 | 7,02 | 2,75 | 8,17 | 1,99 | 4,96 | 4,63 | 5,42 | 4,82 | 39,37 | 1,13 |
| TIMP3 | 6,32 | 7,86 | 8,99 | 3,14 | 8,73 | 1,15 | 7,48 | 7,12 | 9,84 | 5,46 | 43,23 | 1,32 |
| BRML3 | 5,62 | 5,64 | 8,72 | 5,75 | 4,57 | 1,61 | 6,51 | 5,60 | 5,51 | 8,34 | 38,59 | 1,47 |
| LREN3 | 6,41 | 6,58 | 9,02 | 6,22 | 6,15 | 1,77 | 7,41 | 9,21 | 6,32 | 6,86 | 49,66 | 1,97 |
| ESTC3 | 10,13 | 10,40 | 11,17 | 9,73 | 11,63 | 1,18 | 8,34 | 9,97 | 8,12 | 7,05 | 52,60 | 1,79 |
| CTIP3 | 6,29 | 7,25 | 10,03 | 4,36 | 6,48 | 1,32 | 6,41 | 7,45 | 7,49 | 4,39 | 49,76 | 1,43 |
| CRUZ3 | 5,81 | 5,38 | 6,08 | 6,93 | 6,68 | 1,27 | 6,56 | 6,58 | 6,78 | 6,31 | 51,25 | 1,46 |
| CSNA3 | 5,48 | 7,85 | 10,51 | 0,50 | 7,20 | 1,06 | 11,66 | 9,03 | 10,38 | 15,35 | 69,25 | 2,43 |
| TBLE3 | 6,53 | 6,82 | 7,83 | 6,08 | 7,82 | 1,52 | 4,29 | 3,51 | 4,90 | 4,40 | 42,58 | 1,13 |
| SBSP3 | 6,59 | 5,16 | 7,97 | 9,88 | 4,36 | 1,68 | 7,22 | 6,20 | 6,09 | 9,28 | 36,70 | 1,56 |
| NATU3 | 6,15 | 5,44 | 6,51 | 7,89 | 6,37 | 1,48 | 6,49 | 8,11 | 5,76 | 5,72 | 49,88 | 1,72 |
| LAME4 | 6,75 | 7,21 | 8,92 | 5,94 | 7,50 | 1,09 | 6,77 | 8,15 | 6,91 | 5,35 | 65,34 | 2,00 |
| HYPE3 | 7,58 | 7,90 | 8,49 | 7,08 | 9,31 | 1,10 | 11,11 | 17,00 | 8,08 | 8,75 | 13,38 | 2,25 |
| CPFE3 | 5,59 | 6,36 | 8,07 | 4,10 | 6,65 | 1,28 | 4,91 | 4,60 | 5,19 | 4,92 | 45,46 | 1,19 |
| RENT3 | 6,69 | 6,78 | 9,19 | 6,69 | 6,37 | 1,40 | 5,63 | 7,45 | 4,71 | 4,88 | 49,34 | 1,69 |
| QUAL3 | 7,19 | 7,59 | 10,55 | 6,49 | 6,63 | 1,01 | 6,04 | 6,55 | 5,39 | 6,52 | 50,59 | 1,45 |
| FIBR3 | 6,73 | 7,97 | 5,74 | 4,19 | 12,21 | 0,80 | 8,56 | 8,50 | 9,34 | 7,85 | 14,97 | 2,02 |
| BRAP4 | 4,59 | 5,97 | 6,75 | 1,75 | 7,20 | 1,35 | 7,26 | 5,75 | 8,09 | 7,82 | 29,19 | 1,86 |
| GOAU4 | 5,24 | 4,83 | 4,56 | 6,30 | 7,10 | 1,30 | 8,55 | 8,95 | 7,86 | 8,89 | 42,56 | 2,18 |
| BRPR3 | 5,81 | 5,54 | 8,33 | 6,58 | 4,76 | 1,58 | 4,88 | 5,01 | 4,45 | 5,20 | 50,12 | 1,42 |
| CSAN3 | 6,61 | 6,72 | 6,41 | 6,55 | 9,04 | 1,33 | 5,29 | 4,89 | 5,71 | 5,24 | 55,38 | 1,77 |
| OIBR4 | 1,41 | 0,13 | 0,41 | 4,39 | 1,85 | 1,26 | 12,08 | 9,45 | 12,01 | 14,56 | 32,25 | 1,68 |
| ALLL3 | 5,26 | 6,07 | 6,45 | 3,69 | 7,68 | 1,04 | 7,81 | 7,46 | 7,78 | 8,17 | 71,66 | 1,69 |
| HGTX3 | 5,04 | 4,16 | 5,35 | 7,14 | 4,98 | 1,48 | 9,55 | 11,66 | 9,06 | 8,12 | 45,69 | 2,13 |
| ECOR3 | 5,63 | 5,86 | 7,12 | 5,32 | 6,60 | 1,21 | 5,21 | 6,06 | 4,22 | 5,40 | 47,18 | 0,98 |
| ENBR3 | 5,40 | 6,20 | 8,36 | 3,82 | 6,05 | 1,21 | 5,21 | 3,59 | 3,78 | 8,14 | 42,08 | 1,19 |
| MRFG3 | 5,92 | 4,27 | 7,72 | 9,70 | 2,82 | 0,72 | 16,13 | 22,33 | 14,14 | 12,43 | 17,64 | 1,97 |
| CYRE3 | 5,74 | 5,37 | 5,82 | 6,74 | 6,92 | 1,42 | 7,19 | 11,74 | 4,92 | 5,28 | 37,36 | 2,21 |
| MRVE3 | 5,67 | 5,48 | 7,21 | 6,25 | 5,75 | 1,31 | 14,19 | 15,55 | 14,29 | 12,85 | 35,13 | 2,72 |
| LIGT3 | 5,84 | 6,90 | 10,44 | 3,71 | 5,37 | 1,58 | 6,68 | 5,62 | 5,43 | 8,91 | 38,73 | 1,47 |
| DTEX3 | 6,30 | 6,12 | 6,00 | 6,89 | 8,24 | 1,17 | 8,30 | 9,54 | 8,21 | 7,25 | 42,01 | 1,91 |
| PDGR3 | 1,68 | 2,16 | 2,96 | 0,81 | 3,35 | 0,82 | 13,30 | 13,88 | 13,36 | 12,70 | 23,83 | 2,66 |
| ELET3 | 4,01 | 5,01 | 11,17 | 2,01 | 0,85 | 0,21 | 11,25 | 6,48 | 11,86 | 15,02 | 28,38 | 1,60 |
| GOLL4 | 6,99 | 8,54 | 11,97 | 3,79 | 7,10 | 0,14 | 15,50 | 16,74 | 15,02 | 14,83 | 23,68 | 2,94 |
| EVEN3 | 5,87 | 5,40 | 5,06 | 7,06 | 7,75 | 1,27 | 7,77 | 11,10 | 6,76 | 5,72 | 34,18 | 2,20 |
| GFSA3 | 5,09 | 6,15 | 9,66 | 2,94 | 4,64 | 0,93 | 15,67 | 15,02 | 18,73 | 13,21 | 23,69 | 2,99 |
| ELPL4 | 3,48 | 4,70 | 10,65 | 0,99 | 0,75 | 1,25 | 11,93 | 9,34 | 13,67 | 12,57 | 0,17 | 1,69 |
| RSID3 | 0,63 | 0,17 | 1,05 | 1,84 | 1,28 | 0,96 | 14,09 | 15,72 | 15,66 | 11,04 | 49,44 | 2,93 |
| BISA3 | 2,56 | 2,81 | 6,56 | 2,20 | 1,06 | 0,79 | 13,06 | 13,69 | 14,52 | 11,03 | 26,35 | 2,66 |

Tabela 1. Indicadores de entrada (E) e saída (S)

Depois da coleta de dados, a pesquisa tem por finalidade identificar quais ações são eficientes. Além disso, para aplicação do modelo BCC, os dados negativos foram ajustados conforme propõem Cook e Zhu (2008) e Rotela Junior, Pamplona e Salomon (2014). Para tornarem-se positivos os dados negativos, identifica-se o valor mais negativo de cada variável, e soma-se em todos os valores da cada série o valor que torna positivo o item mais negativo, sem comprometer o estudo em análise.

Na Tabela 2 são apresentados os valores de eficiência encontrados na aplicação do modelo DEA- BCC, citados anteriormente pela formulação (1)-(5). Também são apresentados os pesos que devem ser aplicados em cada ação, conforme proposto pela formulação de Sharpe mencionada anteriormente (6)-(10). Nesta aplicação a somatória do montante a ser aplicada é igual 100% e cada ação deve receber no mínimo 1% deste. O retorno esperado deve ser maior ou igual à taxa média Selic de 0,77% ao mês.

| DMU's | AÇÕES | CARTEIRA 1 | Partic. Carteira | CARTEIRA 2 | Partic. Carteira | CARTEIRA 3 | Partic. Carteira |
|-------|-------|------------|---------------------|------------|---------------------|------------|---------------------|
| | | Eficiência | % | Eficiência | % | Eficiência | % |
| DMU1 | ABEV3 | 0,98 | - | 1,00 | 6,72% | 0,97 | - |
| DMU2 | ALLL3 | 0,62 | - | 0,58 | - | 0,62 | - |
| DMU3 | BBAS3 | 1,00 | 4,02% | 1,00 | 1,85% | 1,00 | 4,49% |
| DMU4 | BBDC3 | 1,00 | 8,29% | 1,00 | 4,20% | 1,00 | 9,17% |
| DMU5 | BBDC4 | 1,00 | 8,48% | 1,00 | 3,93% | 0,99 | - |
| DMU6 | BISA3 | 0,65 | - | 0,37 | - | 0,65 | - |
| DMU7 | BRAP4 | 0,93 | - | 0,61 | - | 0,93 | - |
| DMU8 | BRFS3 | 0,98 | - | 1,00 | 4,63% | 0,81 | - |
| DMU9 | BRML3 | 0,91 | - | 0,84 | - | 0,88 | - |
| DMU10 | BRPR3 | 0,96 | - | 1,00 | 4,15% | 0,90 | - |
| DMU11 | BVMF3 | 0,78 | - | 0,74 | - | 0,76 | - |
| DMU12 | CCRO3 | 0,99 | - | 1,00 | 6,18% | 0,97 | - |
| DMU13 | CIEL3 | 1,00 | 10,05% | 1,00 | 5,94% | 1,00 | 10,94% |
| DMU14 | CMIG4 | 1,00 | 4,88% | 1,00 | 2,56% | 1,00 | 5,38% |
| DMU15 | CPFE3 | 0,95 | - | 0,92 | - | 0,93 | - |
| DMU16 | CRUZ3 | 0,78 | - | 0,72 | - | 0,78 | - |
| DMU17 | CSAN3 | 0,82 | - | 1,00 | 4,29% | 0,82 | - |
| DMU18 | CSNA3 | 0,56 | - | 0,60 | - | 0,50 | - |
| DMU19 | CTIP3 | 0,88 | - | 1,00 | 3,28% | 0,80 | - |
| DMU20 | CYRE3 | 0,84 | - | 0,93 | - | 0,84 | - |
| DMU21 | DTEX3 | 0,74 | - | 0,61 | - | 0,74 | - |
| DMU22 | ECOR3 | 1,00 | 7,46% | 0,95 | - | 1,00 | 8,46% |
| DMU23 | ELET3 | 0,94 | - | 1,00 | 1,00% | 0,84 | - |
| DMU24 | ELPL4 | 1,00 | 1,10% | 0,59 | - | 1,00 | 1,34% |
| DMU25 | EMBR3 | 0,96 | - | 0,75 | - | 0,89 | - |
| DMU26 | ENBR3 | 0,96 | - | 1,00 | 2,22% | 0,95 | - |
| DMU27 | ESTC3 | 1,00 | 6,67% | 1,00 | 4,32% | 1,00 | 7,19% |
| DMU28 | EVEN3 | 0,84 | - | 0,78 | - | 0,84 | - |
| DMU29 | FIBR3 | 1,00 | 4,77% | 1,00 | 2,28% | 1,00 | 5,32% |
| DMU30 | GFA3 | 0,61 | - | 0,35 | - | 0,58 | - |
| DMU31 | GGBR4 | 0,71 | - | 0,56 | - | 0,71 | - |
| DMU32 | GOAU4 | 0,72 | - | 0,55 | - | 0,72 | - |
| DMU33 | GOLL4 | 1,00 | 1,53% | 1,00 | 1,00% | 0,66 | - |
| DMU34 | HGTX3 | 0,66 | - | 0,58 | - | 0,66 | - |
| DMU35 | HYPE3 | 1,00 | 4,76% | 0,67 | - | 1,00 | 5,24% |
| DMU36 | ITSA4 | 0,99 | - | 0,91 | - | 0,92 | - |
| DMU37 | ITUB4 | 0,99 | - | 1,00 | 3,80% | 0,93 | - |
| DMU38 | JBSS3 | 1,00 | 2,83% | 0,70 | - | 1,00 | 3,09% |
| DMU39 | LAME4 | 0,71 | - | 0,83 | - | 0,66 | - |
| DMU40 | LIGT3 | 0,98 | - | 1,00 | 2,13% | 0,88 | - |
| DMU41 | LREN3 | 0,77 | - | 0,82 | - | 0,76 | - |
| DMU42 | MRFG3 | 0,84 | - | 0,57 | - | 0,84 | - |
| DMU43 | MRVE3 | 0,58 | - | 0,34 | - | 0,58 | - |
| DMU44 | NATU3 | 0,77 | - | 0,98 | - | 0,77 | - |
| DMU45 | OIBR4 | 0,78 | - | 0,38 | - | 0,78 | - |
| DMU46 | PCAR4 | 1,00 | 10,80% | 1,00 | 5,50% | 1,00 | 11,95% |
| DMU47 | PDGR3 | 0,66 | - | 0,35 | - | 0,66 | - |
| DMU48 | PETR3 | 0,72 | - | 0,55 | - | 0,70 | - |
| DMU49 | PETR4 | 0,80 | - | 0,64 | - | 0,76 | - |
| DMU50 | QUAL3 | 0,94 | - | 1,00 | 4,57% | 0,83 | - |
| DMU51 | RENT3 | 0,88 | - | 1,00 | 5,83% | 0,83 | - |
| DMU52 | RSID3 | 0,51 | - | 0,36 | - | 0,51 | - |
| DMU53 | SBSP3 | 0,92 | - | 1,00 | 2,33% | 0,92 | - |
| DMU54 | TBLE3 | 1,00 | 15,16% | 1,00 | 7,00% | 1,00 | 16,93% |
| DMU55 | TIMP3 | 0,94 | - | 0,79 | - | 0,87 | - |
| DMU56 | UGPA3 | 0,99 | - | 1,00 | 7,11% | 0,99 | - |
| DMU57 | VALE3 | 0,68 | - | 0,71 | - | 0,68 | - |

| | | | | | | | |
|-------|-------|------|-------|------|-------|------|--------|
| DMU58 | VIVT4 | 1,00 | 9,20% | 1,00 | 3,19% | 1,00 | 10,51% |
|-------|-------|------|-------|------|-------|------|--------|

Tabela 2. Resultado da avaliação da eficiência e peso das três carteiras

A Tabela 2 apresenta os valores encontrados para formação das 3 carteiras, onde os valores de eficiência iguais a 1,00 representam as ações eficientes que irão compor o portfólio. Das 58 DMU's, de acordo com os indicadores selecionados, a Carteira 1 foi composta por 15 ações, a Carteira 2 por 25 ações e a Carteira 3 por 13 ações.

4. Comparação e análise dos resultados

Após a aplicação do DEA-BCC em conjunto com o modelo de Sharpe foram montadas três carteiras de ações, na primeira carteira foi utilizado variáveis de entrada e saída proposta por Lopes, Carneiro e Schneider (2010), na segunda carteira utilizou se os parâmetros propostos por Rotela Junior, Pamplona e Salomon (2014) e para a terceira carteira foi utilizado variáveis propostas pelos próprios autores. Depois de identificar as DMU's eficientes através do software MaxDEA, aplicou se o modelo de Sharpe pelo software Microsoft Excel para definir em quais ações seriam feito investimentos e em que proporção isso se daria. Os resultados encontrados na Carteira 1 estão apresentados na Figura 2.

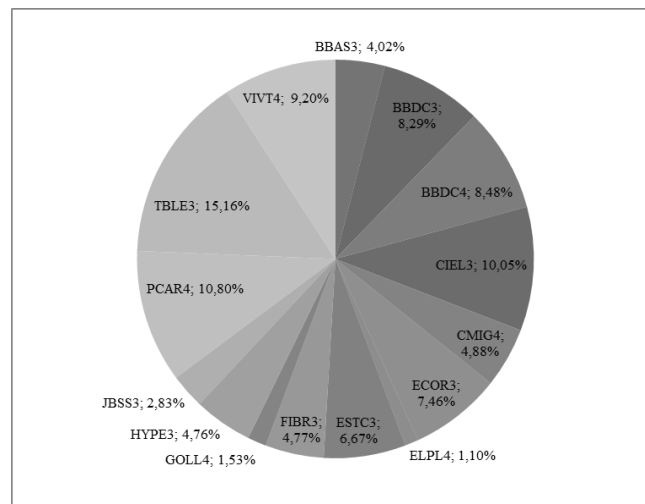


Figura 2 – Formação da Carteira 1

Já na Figura 3 estão os resultados encontrados na Carteira 2.

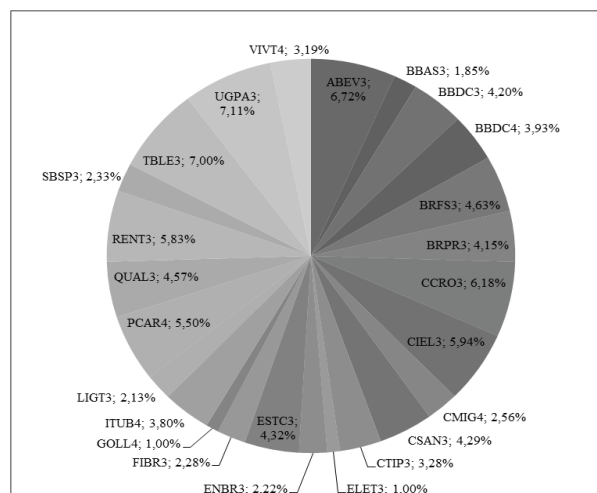


Figura 3 – Formação da Carteira 2

A Figura 4 mostra os resultados obtidos na Carteira 3.

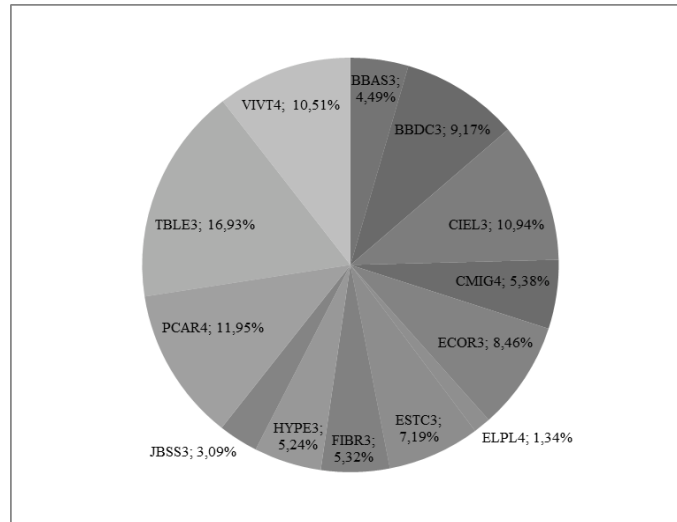


Figura 4 – Formação da Carteira 3

| | CARTEIRA 1 | CARTEIRA 2 | CARTEIRA 3 |
|----------------------|------------|------------|------------|
| Retorno esperado - E | 2,07 | 1,92 | 2,10 |
| Variância - V | 3,69 | 1,80 | 4,11 |
| FO Sharpe = E-V | -1,62 | 0,13 | -2,01 |
| Número de Ações | 15 | 25 | 13 |

Tabela 3 – Resultados encontrados

São apresentados na Tabela 3, os resultados obtidos do retorno esperado, variância das três carteiras e a função objetivo (FO) da formulação de Sharpe e também a quantidade de ativos que compõem cada uma das carteiras.

A Carteira 1 apresentou E de 2,07 e V de 3,69, resultando em um valor negativo de -1,62 para a Função Objetivo FO, dada por E-V, sendo composta por 15 ativos diferentes.

Já na Carteira 2 apresentou o E de 1,92 e V de 1,80 e o resultado de 0,13 para FO, a carteira é composta por 25 ativos.

Na Carteira 3 formada por 13 ativos, encontrou-se E de 2,10 e V de 4,11, o resultado da FO para esta carteira também é negativo igual a -2,01.

Ao comparar os valores encontrados na formação das três carteiras observou-se que os retornos encontrados para as carteiras 1 e 3, respectivamente, são maiores que a carteira 2, no entanto isso faz com que a FO seja negativa, pois as mesmas apresentam valores de variância maiores que os valores de retorno. Para a carteira 2 isso não ocorre já que o valor de retorno é maior que a variância.

5. Conclusão

Avaliou-se neste trabalho a formação de um portfólio de ações para investimento. Montaram-se três carteiras, todas utilizando o modelo DEA-BCC, sendo duas propostas na literatura e uma pelos autores. Em seguida aplicou-se a teoria de Sharpe para encontrar a carteira que tenha a melhor relação risco/retorno.

Com relação ao risco/retorno a Carteira 2 se apresentou melhor nos seus resultados, devido ao fato de apresentar uma variância menor que as demais, e isso diminuem o seu risco. Logo ela é a proposta mais indicadas para a formação do portfólio, neste período histórico.

Ainda, foi observado que a Carteira 2, a melhor carteira analisada, foi a única que utilizou como variáveis de entrada a volatilidade para os três períodos históricos. Isso certamente a levou a ter a menor variabilidade entre as demais. A Carteira 2 também foi a que apresentou o maior número de ativos para sua composição, fato considerado normal, já que, como citado no presente trabalho, um ativo com risco pode compor um portfólio desde que o mesmos não apresente correlação positiva entre si.

Referências

- ANDRADE, E. L.** *Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para análise de decisões*. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
- ASSAF NETO, A.** *Finanças corporativas e valor*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- BANKER, R; CHARNES, A; COOPER, W.** *Some models for estimating technical and scale inefficiencies in Data Envelopment Analysis*. Management Science, vol. 30. n. 9, 1984.
- BERTRAND, J; FRANSOO, J.** *Operations Management research methodologies using quantitative modeling*. International Journal of Operations & Production Management, vol. 22. n. 2, 2002.
- BM&FBOVESPA.** *Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros. Estatísticas históricas*. Disponível em: < http://www.bmfbovespa.com.br/indices/download/TX_MEDIA_1968.pdf >. Acesso em: 09 mai. 2014.
- BRONSON, R.** *Pesquisa operacional*. São Paulo: McGraw-Hill, 1985.
- CASAROTTO FILHO, N.; KOPITKE, B. H.** *Análise de investimentos: matemática financeira, engenharia econômica, tomada de decisão, estratégia empresarial*. 11. ed. São Paulo: Atlas, 2010.
- CERETTA, P; COSTA JR, N.** *Avaliação e seleção de fundos de investimentos: um enfoque sobre múltiplos atributos*. Revista de Administração Contemporânea, vol. 5. n. 1, jan./abr., 2001.
- CHARNES, A; COOPER, W; RHODES, E.** *Measuring the efficiency of decision-making units*. European Journal of Operational Research, vol. 2. N. 6, 1978.
- COOK, W; ZHU, J.** *Data envelopment analysis: modeling operational processes and measuring productivity*. Worcester: Create Space Independent Publishing Platform, 2008
- ELTON, E. J.; GRUBER, M. J.,** *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*. John Wiley & Sons, 1995.
- GITMAN, L. J.** *Princípios de administração financeira*. 10. ed. São Paulo: Pearson Education, 2006.
- LOPES, A. L. M.; CARNEIRO, M. L.; SCHNEIDER, A. B.** *Markowitz na otimização de carteiras selecionadas por Data Envelopment Analysis – DEA*. Revista Gestão e Sociedade, vol. 4, n. 9, 2010.
- MARKOWITZ, H. M.** *Portfolio Selection*. The Journal of Finance, v. 17, p. 77-91, Março, 1952.
- POWERS, J; McMULLEN, P.** *Using data envelopment analysis to select efficient large market cap securities*. Journal of Business and Management, vol. 7, n. 2, 2000.
- ROTELA JUNIOR, P.; PAMPLONA E. O.; SALOMON F. L. R.** *Otimização de portfólios: Análise de eficiência*. RAE-Revista de administração de empresas, São Paulo, v. 54, n. 4, p. 405-413, jul-ago. 2014.
- SHARPE, W. F.** *A simplified model for portfolio analysis*. Management Science, v.9, p. 277-293, Janeiro, 1963.
- SILVA, E. M.; SILVA E. M.; GONÇALVES, V. e MUROLO, A. C.** *Pesquisa operacional: programação linear, simulação*. ed. São Paulo: Atlas, 1995.